ત્રિકોણમિતિના ઉપયોગો 9

V3H9G7

9.1 પ્રાસ્તાવિક

આગળના પ્રકરણમાં તમે ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરો વિશે અભ્યાસ કર્યો. તમે તમારી આસપાસના વ્યવહારમાં ત્રિકોણમિતિ કેવી રીતે ઉપયોગી બને છે તેનો આ પ્રકરણમાં અભ્યાસ કરશો. જેનો અભ્યાસ સમગ્ર વિશ્વના વિદ્વાનો દ્વારા કરવામાં આવ્યો હોય તેવા અત્યંત પ્રાચીન વિષયોમાંનો એક વિષય ત્રિકોણમિતિ છે. પ્રકરણ VIII માં આપણે ચર્ચા કરી ચૂક્યાં છીએ કે, ત્રિકોણમિતિની શોધ તેની ખગોળશાસ્ત્રમાં ઊભી થતી આવશ્યકતાને ધ્યાનમાં રાખીને કરવામાં આવી. ત્યારથી આજ સુધી ખગોળશાસ્ત્રીઓ તેનો ઉપયોગ પૃથ્વીથી ગ્રહોનું તેમજ તારાઓનું અંતર શોધવામાં કરતા આવ્યા છે. ત્રિકોણમિતિ ભૂગોળ તથા નૌકાયનમાં પણ ઉપયોગી છે. ત્રિકોણમિતીય જ્ઞાનનો ઉપયોગ ભૌગોલિક નકશા બનાવવા તથા રેખાંશ અને અક્ષાંશને સાપેક્ષ કોઈ એક દ્વીપની સ્થિતિ જાણવા કરવામાં આવે છે.

Surveyors have used trigonometry for centuries. One such large surveying project of the nineteenth century was the ***'Great Trigonometric Survey'*** of British India for which the two largest-ever theodolites were built. During the survey in 1852, the highest mountain in the world was discovered. From a distance of over 160 *km*, the peak was observed from six different stations. In 1856, this peak was named after ***Sir George Everest,*** who had commissioned and first used the giant theodolites (see the figure alongside). The theodolites are now on display in the ***Museum of the Survey of India in Dehradun.***

A Theodolite

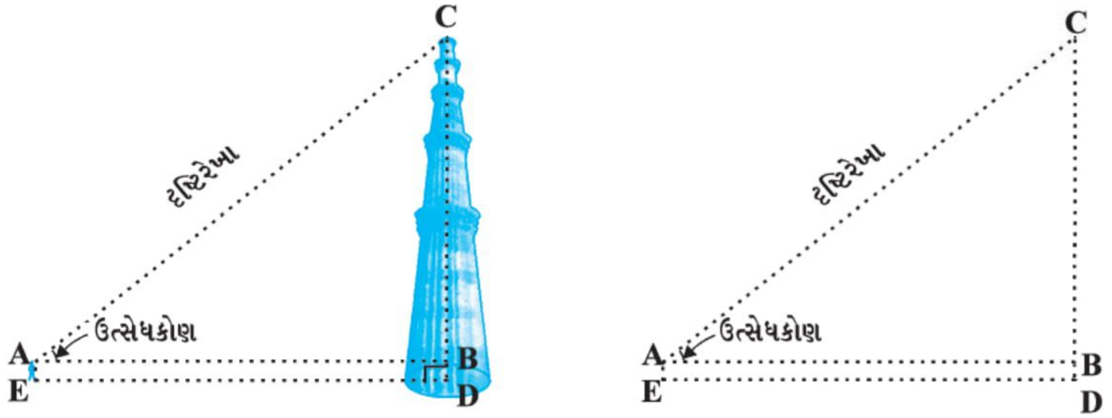
(Surveying instrument, which is based on the Principles of trigonometry, is used for measuring angles with a rotating telescope)

આપણે આ પ્રકરણમાં પ્રત્યક્ષ માપન વિના વિભિન્ન વસ્તુઓની ઊંચાઈ તથા તેમની વચ્ચેનાં અંતર કેવી રીતે શોધી શકાય તેની ચર્ચા કરીશું.

W1Z2V3

9.2 ઊંચાઈ અને અંતર

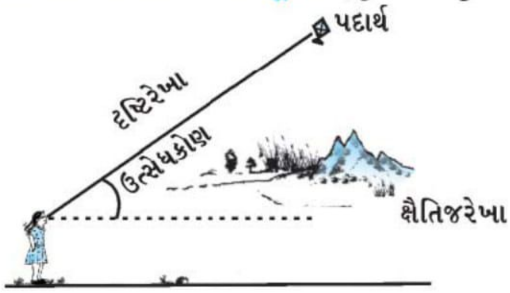
ચાલો, આપણે આકૃતિ 9.1 તરીકે પુનઃ દર્શાવેલ આગળના પ્રકરણની આકૃતિ 8.1 ની ચર્ચા કરીએ.



આકૃતિ 9.1

આ આકૃતિમાં, વિદ્યાર્થીની આંખથી મિનારાની ટોચ સુધી લંબાવેલ રેખા AC ને દૃષ્ટિરેખા કહે છે. વિદ્યાર્થી મિનારાની ટોચનું નિરીક્ષણ કરે છે. આથી, દૃષ્ટિરેખાએ ક્ષૈતિજરેખા સાથે બનાવેલ ખૂણા BAC ને, વિદ્યાર્થીની આંખ આગળનો મિનારાની ટોચનો *ઉત્સેધકોણ* **(*angle of elevation*)** કહે છે.

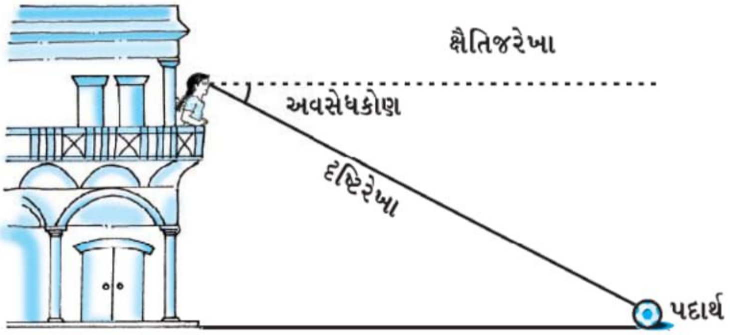
આમ, દૃષ્ટિરેખા એ નિરીક્ષકની આંખથી નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થ સુધી લંબાવેલ રેખા છે. નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ ઉત્સેધકોણ એટલે, દૃષ્ટિરેખા અને ક્ષૈતિજરેખાથી બનતો ખૂણો જેમાં નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ ક્ષૈતિજરેખાથી ઉપર હોય અર્થાત્, એવી સ્થિતિ કે જ્યારે પદાર્થના નિરીક્ષણ માટે મસ્તકને ઊંચું કરવું પડે ત્યારે દૃષ્ટિરેખા અને ક્ષૈતિજ રેખા વચ્ચે બનતો ખૂણો. (*જુઓ આકૃતિ 9.2.*)



આકૃતિ 9.2

ચાલો, હવે આપણે આકૃતિ 8.2 માં આપેલ સ્થિતિની ચર્ચા કરીએ. બાલ્કનીમાં બેઠેલી છોકરી મંદિરનાં પગથિયાં પર રાખેલ કૂંડાનું નિરીક્ષણ કરે છે. આ સ્થિતિમાં દૃષ્ટિરેખા, ક્ષૈતિજરેખાથી નીચે છે. દૃષ્ટિરેખાએ ક્ષૈતિજરેખા સાથે બનાવેલ આ પ્રકારના ખૂણાને *અવસેધકોણ* **(*angle of depression*)** કહે છે.

આમ, નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુ આગળનો અવસેધકોણ એટલે જ્યારે નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ ક્ષૈતિજરેખાથી નીચે હોય, ત્યારે દૃષ્ટિરેખા અને ક્ષૈતિજરેખાથી બનતો ખૂણો. અર્થાત્, એવી સ્થિતિ કે જેમાં આપણે પદાર્થના નિરીક્ષણ માટે આપણું મસ્તક નીચે નમાવવું પડે, ત્યારે દૃષ્ટિરેખા અને ક્ષૈતિજરેખા વચ્ચે બનતો ખૂણો. (*જુઓ આકૃતિ 9.3.*)



આકૃતિ 9.3

હવે, તમે આકૃતિ 9.3માં બનેલી દૃષ્ટિરેખા અને આ પ્રકારે બનેલા ખૂણાને ઓળખી શકશો ? આ ખૂણો ઉત્સેધકોણ છે કે અવસેધકોણ ?

ચાલો, આપણે આકૃતિ 9.1 ને ફરીથી જોઈએ. જો તમે મિનારા CD ની ઊંચાઈ, પ્રત્યક્ષ માપન વિના શોધવા માગતા હો, તો તમારા માટે કઈ માહિતી આવશ્યક હશે ? આ માટે નીચે દર્શાવેલ તથ્યોનું જ્ઞાન આવશ્યક હશે :

(i) અંતર DE, વિદ્યાર્થી અને મિનારાના પાયા વચ્ચેનું અંતર

(ii) મિનારાની ટોચનો ઉત્સેધકોણ, $\angle BAC$

(iii) વિદ્યાર્થીની ઊંચાઈ, AE

હવે, જો ઉપરોક્ત ત્રણેય માહિતીથી આપણે પરિચિત હોઈએ, તો મિનારાની ઊંચાઈ કેવી રીતે શોધી શકાય ?

આકૃતિમાં CD = CB + BD. અહીં, BD = AE વિદ્યાર્થીની ઊંચાઈ છે.

BC શોધવા માટે આપણે $\angle BAC$ અથવા $\angle A$ ના ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરોનો ઉપયોગ કરીશું.

ΔABC માં, $\angle A$ ની સામેની બાજુ BC છે. હવે, અહીં કયા-કયા ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરોનો ઉપયોગ કરી શકાય ? જેમાં બે મૂલ્યોનો ઉપયોગ થતો હોય, એક આપેલ હોય અને બીજું શોધવાનું હોય એવા ગુણોત્તર ઉપયોગી થાય. આપણી જરૂરિયાત *tan* A અથવા *cot* A નો ઉપયોગ કરવાથી પૂરી થઈ શકે, કારણ કે, આ બંને ગુણોત્તરમાં AB અને BC નો સમાવેશ થયેલ છે.

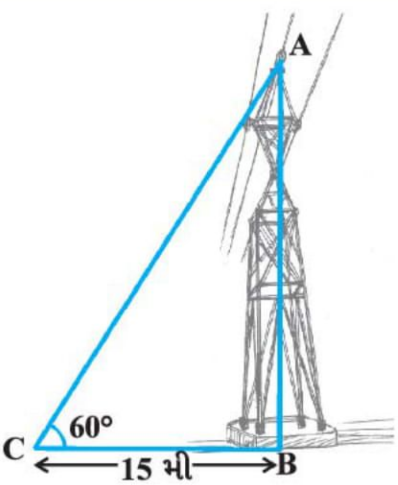
માટે, $\tan A = \frac{BC}{AB}$ અથવા $\cot A = \frac{AB}{BC}$ નો ઉકેલ મેળવતાં આપણને BC નું મૂલ્ય મળશે. હવે BC અને AE નો સરવાળો કરતાં મિનારાની ઊંચાઈ મળશે.

હવે, કેટલાંક વધારે ઉદાહરણ દ્વારા આપણે હમણાં જ જેની ચર્ચા કરી હતી તે પદ્ધતિની સમજૂતી મેળવીએ.

ઉદાહરણ 1 : જમીન પર એક ટાવર શિરોલંબ સ્થિતિમાં છે. તેના પાયાથી 15 મીટર દૂર રહેલા જમીન પરના એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 60° છે, તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.

ઉકેલ : સૌપ્રથમ સમસ્યાને દર્શાવતી એક સરળ આકૃતિ દોરો. (જુઓ આકૃતિ 9.4.) અહીં AB ટાવર દર્શાવે છે,

CB એ બિંદુ C નું ટાવરથી અંતર છે અને $\angle ACB$ ઉત્સેધકોણ છે. આપણે અહીં ટાવરની ઊંચાઈ શોધવાની છે, અર્થાત્ AB શોધવું છે. અહીં ત્રિકોણ ACBમાં ખૂણો B કાટકોણ છે. સમસ્યાના ઉકેલ માટે આપણે ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તર *tan* 60° (અથવા *cot* 60°) પસંદ કરીશું કારણ કે, તે ગુણોત્તરમાં AB અને BC બંને રહેલા છે.



આકૃતિ 9.4

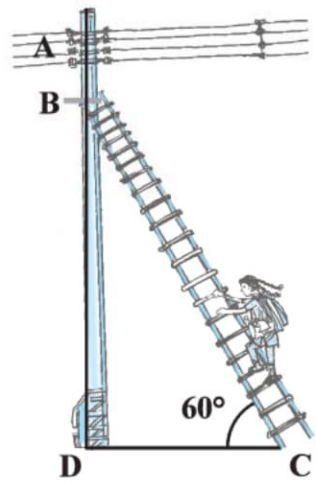
હવે, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{AB}{15}$$

$$\therefore AB = 15\sqrt{3}$$

$\therefore$ ટાવરની ઊંચાઈ $15\sqrt{3}$ મીટર છે.

ઉદાહરણ 2 : એક ઈલેક્ટ્રિશિયનને 5 મી ઊંચાઈવાળા થાંભલા પર 'ફૉલ્ટ'નું સમારકામ કરવાનું છે. આ માટે તેણે ટોચથી 1.3 મી નીચે સુધી પહોંચીને સમારકામ કરવાનું છે. (જુઓ આકૃતિ 9.5.) આ માટે તે સમક્ષિતિજ રેખા સાથે 60° માપનો ખૂણો રહે તે રીતે એક નિસરણી થાંભલા સાથે ત્રાંસી ટેકવે છે અને ઇચ્છિત જગ્યાએ પહોંચે છે, તો નિસરણીની લંબાઈ કેટલી હશે ? તદુપરાંત નિસરણીને થાંભલાના પાયાથી કેટલે દૂર રાખવી પડશે ? (અહીં, $\sqrt{3} = 1.73$ લઈ શકાય.)



આકૃતિ 9.5

ઉકેલ : આકૃતિ 9.5 માં, ઈલેક્ટ્રિશિયનને થાંભલા AD પરના બિંદુ B સુધી પહોચવું પડે.

આથી, $BD = AD - AB = (5 - 1.3)$ મી $= 3.7$ મી

અહીં, BC નિસરણી દર્શાવે છે અને તેની લંબાઈ શોધવાની છે. અર્થાત્ કાટકોણ ત્રિકોણ BDCના કર્ણની લંબાઈ શોધવાની છે.

હવે, તમે કહી શકો કે આપણે કયા ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરનો ઉપયોગ કરીશું ?

તે ગુણોત્તર sin 60 હોવો જોઈએ.

માટે, $\frac{BD}{BC} = \sin 60^\circ$ અથવા $\frac{3.7}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore BC = \frac{3.7 \times 2}{\sqrt{3}} = 4.28 \text{ મી (આસન્ન મૂલ્ય)}$$

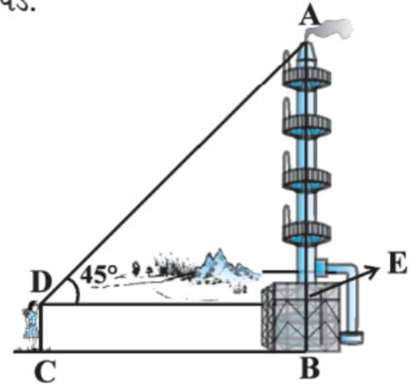
આમ, નિસરણીની લંબાઈ 4.28 મી હોવી જોઈએ.

હવે, $\frac{DC}{BD} = cot\ 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore\ DC = \frac{3.7}{\sqrt{3}} = 2.14$ મી (આસન્ન મૂલ્ય)

આથી, તેને નિસરણીના નીચેના છેડાને થાંભલાથી 2.14 મી દૂર રાખવો પડે.

ઉદાહરણ 3 : 1.5 મી ઊંચાઈવાળી એક નિરીક્ષક એક ચીમનીથી 28.5 મી દૂર ઊભેલ છે. તેની આંખથી ચીમનીની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 45° છે. ચીમનીની ઊંચાઈ કેટલી હશે ?



આકૃતિ 9.6

ઉકેલ : અહીં, AB ચીમની છે. CD નિરીક્ષક અને ∠ADE ઉત્સેધકોણ છે. (જુઓ આકૃતિ 9.6.) અહીં, જેમાં ખૂણો E કાટકોણ હોય તેવો એક ત્રિકોણ ADE છે અને આપણે અહીં ચીમનીની ઊંચાઈ શોધવા માગીએ છીએ.

આપણી પાસે, $AB = AE + BE = AE + 1.5$

અને $DE = CB = 28.5$ મી છે.

AE શોધવા માટે આપણે એવો ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તર પસંદ કરીશું, જેમાં AE અને DE બંને હોય. ચાલો ઉત્સેધકોણનો *tangent* પસંદ કરીએ.

હવે, $tan\ 45° = \frac{AE}{DE}$

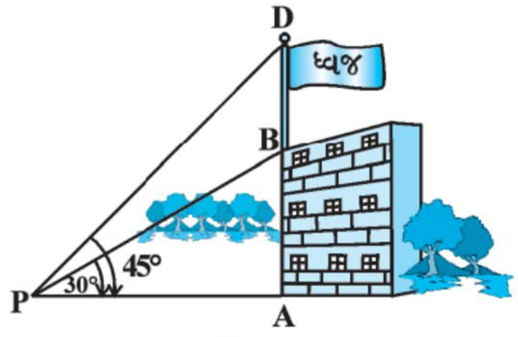
$\therefore\ 1 = \frac{AE}{28.5}$

$\therefore\ AE = 28.5$

તેથી, ચીમનીની ઊંચાઈ $AB = (28.5 + 1.5)$ મી $= 30$ મી

ઉદાહરણ 4 : જમીન પરના બિંદુ P થી એક 10 મી ઊંચી ઇમારતની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 30° છે. ઇમારતની ટોચ પર ધ્વજ ફરકાવવામાં આવ્યો છે અને બિંદુ P થી આ ધ્વજસ્તંભની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 45° છે, તો ધ્વજસ્તંભની લંબાઈ તથા ઇમારતનું બિંદુ P થી અંતર શોધો. ($\sqrt{3} = 1.732$ લઈ શકાય.)

ઉકેલ : આકૃતિ 9.7 માં, AB ઇમારતની ઊંચાઈ દર્શાવે છે BD ધ્વજસ્તંભ દર્શાવે છે અને P એ જમીન પરનું બિંદુ દર્શાવે છે. ધ્યાન રાખો, અહીં બે કાટકોણ ત્રિકોણ PAB અને PAD બને છે. અહીં ધ્વજસ્તંભની લંબાઈ અર્થાત્ DB અને ઇમારતનું બિંદુ P થી અંતર અર્થાત્ AP શોધવાનું છે.



આકૃતિ 9.7

આપણે ઇમારતની ઊંચાઈ AB જાણીએ છીએ તેથી સૌપ્રથમ આપણે કાટકોણ ΔPAB નો વિચાર કરીશું.

અહીં, $$tan\ 30° = \frac{AB}{AP}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AP}$$

$$\therefore AP = 10\sqrt{3}$$

અર્થાત્, ઈમારતનું બિંદુ P થી અંતર $10\sqrt{3}$ મી = 17.32 મી છે.

હવે, ધારો કે DB = x મી છે, તેથી AD = $(10 + x)$ મી થાય.

હવે, કાટકોણ ΔPAD માં,

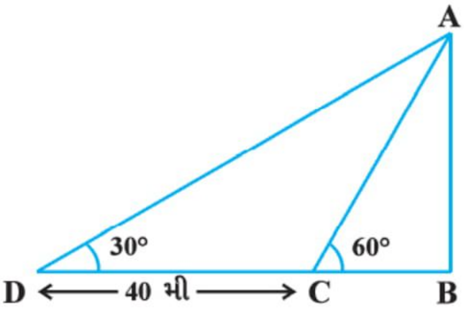
$$tan\ 45° = \frac{AD}{AP} = \frac{10+x}{10\sqrt{3}}$$

માટે, $$1 = \frac{10+x}{10\sqrt{3}}$$

અર્થાત્, $$x = 10\,(\sqrt{3}-1) = 7.32$$

આમ, ધ્વજસ્તંભની લંબાઈ 7.32 મી છે.

ઉદાહરણ 5 : સૂર્યના ઉત્સેધકોણનું માપ 60°થી ઘટીને 30° થતાં, સમતલ જમીન પર ઊભેલ ટાવરના પડછાયાની લંબાઈમાં 40 મીટર જેટલો વધારો થાય છે. તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.



આકૃતિ 9.8

ઉકેલ : આકૃતિ 9.8 માં, AB ટાવર તથા સૂર્યના ઉત્સેધકોણનું માપ 60° હોય, ત્યારે ટાવરનો પડછાયો BC અને સૂર્યના ઉત્સેધકોણનું માપ 30° હોય, ત્યારે ટાવરનો પડછાયો DB છે.

ધારો કે, AB ની ઊંચાઈ 'h' મી અને BC 'x' મી છે, પ્રશ્નમાં જણાવ્યા પ્રમાણે DB, BC કરતાં 40 મી વધારે છે.

આથી, DB = $(40 + x)$ મી

હવે, આપણી પાસે બે કાટકોણ ત્રિકોણ ABC અને ABD છે.

Δ ABC માં, $$tan\ 60° = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{h}{x} \qquad (1)$$

Δ ABD માં, $$tan\ 30° = \frac{AB}{BD}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+40} \qquad (2)$$

હવે, (1) પરથી, $h = x\sqrt{3}$

h ના આ મૂલ્યને (2) માં મૂકતાં આપણને $(x\sqrt{3})\sqrt{3} = x + 40$, એટલે કે, $3x = x + 40$

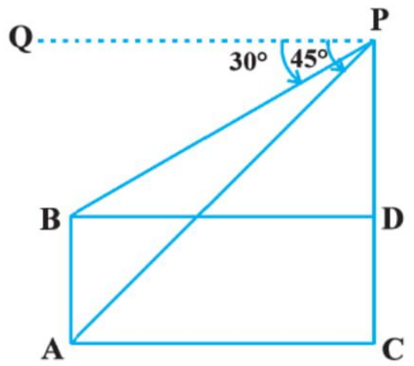
$$\therefore x = 20$$

તેથી, $h = 20\sqrt{3}$ ((1) પરથી)

આમ, ટાવરની ઊંચાઈ $20\sqrt{3}$ મી છે.

ઉદાહરણ 6 : એક બહુમાળી ઇમારતની ટોચ પરથી અવલોકન કરતાં એક 8 મી ઊંચી ઇમારતની ટોચ અને તળિયાના અવસેધકોણનાં માપ અનુક્રમે 30° અને 45° માલૂમ પડે છે, તો બહુમાળી ઇમારતની ઊંચાઈ અને બે ઇમારતો વચ્ચેનું અંતર શોધો.

ઉકેલ : આકૃતિ 9.9 માં, PC એ બહુમાળી ઇમારત દર્શાવે છે તથા AB એ 8 મી ઊંચી ઇમારત દર્શાવે છે. આપણને અહીં બહુમાળી ઇમારતની ઊંચાઈ અર્થાત્ PC અને બે ઇમારતો વચ્ચેનું અંતર અર્થાત્ AC શોધવામાં રસ છે.



આકૃતિ 9.9

ધ્યાનથી આકૃતિનું અવલોકન કરો. તમે જોઈ શકો છો કે, બે સમાંતર રેખા PQ અને BD ની છેદિકા PB છે. આથી, $\angle QPB$ અને $\angle PBD$ યુગ્મકોણ થાય. તેથી તે સમાન છે. એટલે કે, $\angle PBD = 30°$. આ જ રીતે, $\angle PAC = 45°$ થાય.

કાટકોણ ΔPBD માં,

$$\tan 30° = \frac{PD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ અથવા } BD = PD\sqrt{3}$$

કાટકોણ ΔPAC માં,

$$\tan 45° = \frac{PC}{AC} = 1$$

$$\therefore PC = AC$$

પરંતુ, $PC = PD + DC$. માટે $PD + DC = AC$

અહીં, $AC = BD$ અને $DC = AB = 8$ મી હોવાથી, આપણને $PD + 8 = BD = PD\sqrt{3}$ મળે. (કેમ?)

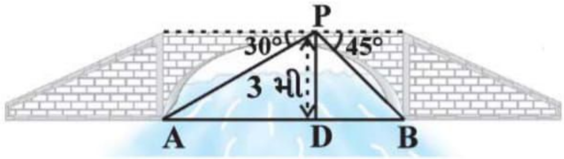
$$\therefore PD = \frac{8}{\sqrt{3}-1} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = 4(\sqrt{3}+1) \text{ મી}$$

આમ, બહુમાળી ઇમારતની ઊંચાઈ $\{4(\sqrt{3}+1)+8\}$ મી $= 4(3+\sqrt{3})$ મી

અને બંને ઇમારતો વચ્ચેનું અંતર પણ $4(3+\sqrt{3})$ મી હશે.

ઉદાહરણ 7 : નદી પર રહેલા પુલના એક બિંદુથી નદીના બંને કિનારાના અવસેધકોણનાં માપ અનુક્રમે $30°$ અને $45°$ માલૂમ પડે છે. જો નદીની સપાટીથી પુલની ઊંચાઈ 3મી હોય તો નદીની પહોળાઈ શોધો.

ઉકેલ : આકૃતિ 9.10 માં, બિંદુઓ A અને B નદીના સામસામેના બે કિનારા દર્શાવે છે. આથી નદીની પહોળાઈ AB થાય. નદીની સપાટીથી 3 મી ઊંચાઈએ આવેલા પુલ પરનું એક બિંદુ P છે, અર્થાત્ DP = 3 મી.



આકૃતિ 9.10

અહીં, નદીની પહોળાઈ એટલે કે, Δ APBની એક બાજુ AB ની લંબાઈ, શોધવાની છે.

હવે, $AB = AD + DB$

કાટકોણ ત્રિકોણ APD માં, $\angle A = 30°$

$$\therefore \tan 30° = \frac{PD}{AD}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{AD} \text{ અથવા } AD = 3\sqrt{3} \text{ મી}$$

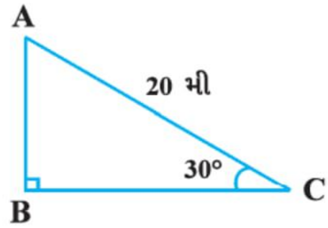
અને કાટકોણ Δ PBD માં, $\angle B = 45°$. આથી, $BD = PD = 3$ મી

હવે, $AB = BD + AD = 3 + 3\sqrt{3} = 3(1 + \sqrt{3})$ મી

આમ, નદીની પહોળાઈ $3(\sqrt{3} + 1)$ મી છે.

સ્વાધ્યાય 9.1

1. સર્કસના તંબુમાં, જમીન સાથે શિરોલંબ સ્થિતિમાં રહેલા થાંભલાની ટોચથી જમીન સાથે ખેંચીને બાંધેલા 20 મી લાંબા દોરડા પર એક કલાકાર ચઢી રહ્યો છે. જો દોરડું જમીન સાથે $30°$ માપનો ખૂણો બનાવે તો થાંભલાની ઊંચાઈ શોધો. (જુઓ આકૃતિ 9.11.)



આકૃતિ 9.11

2. વાવાઝોડાને કારણે એક ઝાડ એવી રીતે ભાંગીને વળી જાય છે, જેથી તેની ટોચ, જમીન સાથે $30°$ માપનો ખૂણો બનાવે તે રીતે જમીનને સ્પર્શે છે. ઝાડની જમીનને સ્પર્શતી ટોચ અને ઝાડના થડ વચ્ચેનું અંતર 8 મી હોય, તો ઝાડની ઊંચાઈ શોધો.

3. એક ઠેકેદારે બાળકોને રમવા માટે, બગીચામાં બે લપસણી લગાવવાની છે. આ માટે તે 5 વર્ષથી ઓછી ઉંમરનાં બાળકો માટે, જમીનથી ઉપરનો છેડો 1.5 મી રહે અને જમીન સાથે $30°$ નો ખૂણો બનાવે તેવી અને તેનાથી વધારે ઉંમરનાં બાળકો માટે 3 મીની ઊંચાઈથી સીધો ઢાળ હોય તથા જમીન સાથે $60°$ નો ખૂણો બનાવતી હોય તેવી લપસણીઓ પસંદ કરે છે. તો બંને લપસણીઓની લંબાઈ શોધો.

4. ટાવરના પાયાથી 30 મી દૂર રહેલા જમીન પરના એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 30° છે. તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.

5. એક પતંગ જમીનથી 60 મી ની ઊંચાઈ પર ઊડી રહેલ છે. આ પતંગની દોરીનો એક છેડો ક્ષણભર માટે જમીન પરના એક બિંદુ સાથે બાંધેલ છે. આ સ્થિતિમાં દોરીનો જમીન સાથેનો ખૂણો 60° છે. જો દોરીમાં કોઈ ઢીલ નથી તેવું માની લેવામાં આવે તો દોરીની લંબાઈ શોધો.

6. 1.5 મી ઊંચો એક છોકરો એક 30 મી ઊંચી ઇમારતથી કોઈક અંતરે ઊભેલ છે. હવે જ્યારે તે ઇમારત તરફ ચાલવાનું શરૂ કરે છે ત્યારે કેટલાક સમય પછી તેની આંખથી ઇમારતની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 30° થી વધીને 60° થાય છે. તો તે ઈમારત તરફ કેટલું અંતર ચાલ્યો હશે ?

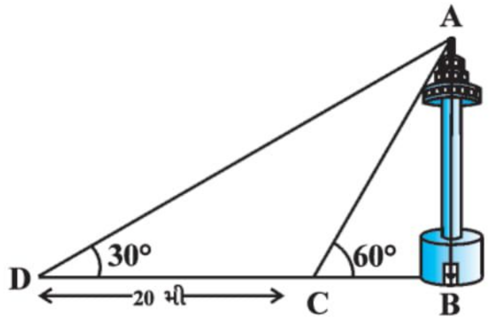
7. જમીન પર આવેલ એક બિંદુથી એક 20 મી ઊંચી ઇમારતની ટોચ પર રહેલ એક સંચાર ટાવરના તળિયા અને ટોચના ઉત્સેધકોણનાં માપ અનુક્રમે 45° અને 60° છે. તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.

8. એક ઊંચી બેઠક પર 1.6 મી ઊંચી એક પ્રતિમા ગોઠવેલ છે. જમીન પરના એક બિંદુએથી પ્રતિમાની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 60° અને બેઠકની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 45° છે. તો બેઠકની ઊંચાઈ શોધો.

9. એક ટાવરના તળિયાથી એક ઇમારતની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 30° છે અને ઇમારતના તળિયાથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 60° છે. જો ટાવરની ઊંચાઈ 50 મી હોય તો ઇમારતની ઊંચાઈ શોધો.

10. એક 80 મી પહોળા માર્ગની બંને બાજુએ સમાન ઊંચાઈના બે સ્તંભ શિરોલંબ સ્થિતિમાં છે. માર્ગ પર વચ્ચે આવેલ કોઈ એક બિંદુએથી બંને સ્તંભની ટોચના ઉત્સેધકોણનાં માપ 60° અને 30° જણાય છે. તો દરેક સ્તંભની ઊંચાઈ શોધો તથા બંને સ્તંભનું નિરીક્ષણ બિંદુથી અંતર શોધો.

11. નહેરના એક કિનારા પર ટીવીનો ટાવર શિરોલંબ ઊભો કરવામાં આવેલ છે. ટાવરની સામેના બીજા કિનારા પર રહેલા એક બિંદુથી ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 60° છે. ટાવરના તળિયા અને નિરીક્ષણ બિંદુને જોડતી રેખા પર આવેલ અને નિરીક્ષણ બિંદુથી 20 મી દૂર બીજા એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 30° છે. (જુઓ આકૃતિ 9.12.) તો ટાવરની ઊંચાઈ અને નહેરની પહોળાઈ શોધો.

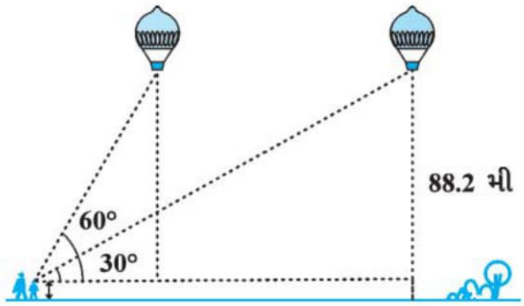


આકૃતિ 9.12

12. 7 મી ઊંચી ઇમારત પરથી એક 'કૅબલ' ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 60° અને ટાવરના તળિયાનો અવસેધકોણ 45° છે, તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.

13. દરિયાની સપાટીથી 75 મી ઊંચી દીવાદાંડી પરથી અવલોકન કરતાં, દરિયામાં રહેલા બે વહાણના અવસેધકોણનાં માપ 30° અને 45° માલૂમ પડે છે. જો એક વહાણ બીજાની બરાબર પાછળ હોય અને બંને વહાણ દીવાદાંડીની એક જ બાજુ પર આવેલ હોય તો બંને વહાણ વચ્ચેનું અંતર શોધો.

14. 1.2 મી ઊંચાઈવાળી એક છોકરીને, જમીનથી 88.2 મી ઊંચાઈ પર રહેલું એક બલૂન જોવા મળે છે. પવનને કારણે તે સમક્ષિતિજ રેખામાં ગતિ કરે છે. કોઈ એક સમયે છોકરીને તેના ઉત્સેધકોણનું માપ 60° મળે છે. થોડા સમય બાદ બલૂનના ઉત્સેધકોણનું માપ ઘટીને 30° થાય છે (જુઓ આકૃતિ 9.13), તો આ સમય દરમિયાન બલૂને કાપેલું અંતર શોધો.



આકૃતિ 9.13

15. એક સુરેખ માર્ગ ટાવર તરફ જાય છે. ટાવરની ટોચ પર રહેલ એક વ્યક્તિ, ટાવર તરફ અચળ ઝડપથી આવતી એક મોટરકારના અવસેધકોણનું માપ 30° નોંધે છે. 6 સેકન્ડ પછી આ કારના અવસેધકોણનું માપ 60° થાય છે, તો હવે કારને ટાવર સુધી પહોંચતાં કેટલો સમય લાગશે ?

16. ટાવરના તળિયામાંથી પસાર થતી રેખા પર તળિયાથી 4 મી અને 9 મી દૂર આવેલાં બે બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનાં માપ કોટિકોણનાં માપ છે. સાબિત કરો કે, ટાવરની ઊંચાઈ 6 મી છે.

9.3 સારાંશ

આ પ્રકરણમાં આપણે નીચે આપેલા મુદ્દાઓનો અભ્યાસ કર્યો :

1. (i) દૃષ્ટિરેખા એ નિરીક્ષકની આંખથી નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થ સુધી લંબાવેલ રેખા છે.

   (ii) નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થનો ઉત્સેધકોણ એટલે, જ્યારે નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ ક્ષૈતિજરેખાથી ઊંચે હોય અર્થાત્ એવી સ્થિતિમાં હોય કે જ્યારે પદાર્થના નિરીક્ષણ માટે મસ્તકને ઊંચું કરવું પડે ત્યારે દૃષ્ટિરેખા અને ક્ષૈતિજરેખા વડે બનતો ખૂણો.

   (iii) નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થનો અવસેધકોણ એટલે, જ્યારે નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ ક્ષૈતિજરેખાથી નીચે હોય, અર્થાત્ એવી સ્થિતિમાં હોય કે, જ્યારે પદાર્થના નિરીક્ષણ માટે મસ્તકને નીચે નમાવવું પડે ત્યારે દૃષ્ટિરેખા અને ક્ષૈતિજરેખા વડે બનતો ખૂણો.

2. પદાર્થની ઊંચાઈ અથવા લંબાઈ અથવા બે પદાર્થો વચ્ચેનું અંતર ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરોનો ઉપયોગ કરીને મેળવી શકાય છે.

A6L6E2